单元 2:　　二项展式

特定目标：

1. 学习二项展式 $(1+x)^n$ 其中 n 为正整数。

2. 学习展式为一无穷级数，其中 n 为一非正整数及 $|x| < 1$。

课程内容	时间分配	教学建议
2.1 **当 n 为正整数时 $(1+x)^n$ 的展式** $(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} C_r^n x^r$	3	不用介绍展式的形式化证明，亦不应提及最大项及系数间的关系。二项展式的性质应包括 (a) 展式共有 $n+1$ 项； (b) 二项系数 C_r^n 全是整数。 应研究帕斯卡三角形与展式中系数 C_r^n 的关系。 学生须知道 $\sum_{r=1}^{n}(ax_r \pm by_r) = a\sum_{r=1}^{n}x_r \pm b\sum_{r=1}^{n}y_r$ $\sum_{r=1}^{n}(x_r+y_r)^2 = \sum_{r=1}^{n}x_r^{\,2} + 2\sum_{r=1}^{n}x_r y_r + \sum_{r=1}^{n}y_r^{\,2}$
2.2 **当 n 为非正整数且 $\lvert x\rvert < 1$ 时 $(1+x)^n$ 的展式**	5	学生应学习展式通项，即第 $(r+1)$ 项系数 $\frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$ 的变化。 当 n 为一正整数及 $r = n+1$，它即会消失。 当 n 为一非正整数，它永不会消失。在后者的情况下，展式为 $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}x^r + \cdots$ 为使学生明了这无穷级数只在 $-1 < x < 1$ 或 $\lvert x\rvert < 1$收敛，教师可用以下例子：考虑展式 $(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + \cdots + x^r + \cdots$

Detailed Content	Time Ratio	Notes on Teaching
		代 $x = -1$，展式为 $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$ 对奇数项的和为 1 ，而对偶数项的和则为零。所以其和永不等于左方的值 $\frac{1}{2}$。 教师应教授绝对值的定义及与学生讨论收敛性和发散性的直观意义。 学生应学习展开一些当 n 为非正整数的二项式，如 (a) $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots$ (b) $(1-x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{1\cdot 3}{2!}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{3!}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \cdots$ (c) $(1+x)^{-\frac{1}{3}} = 1 - \frac{x}{3} + \frac{1\cdot 4}{2!}\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \frac{1\cdot 4\cdot 7}{3!}\left(\frac{x}{3}\right)^3 + \cdots$ 学生应能以升幂将展式如 $\frac{(1+x)^{\frac{1}{3}}}{(1-x)^2}$ 再展开至某指定的项数。
	8	